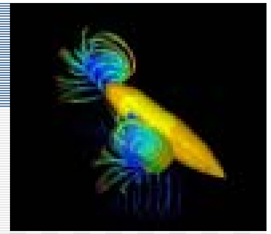
普遍教育専門基礎科目(07322103)

物理学B(特)力学入門1
Physics BI: Introduction to Mechanics 1

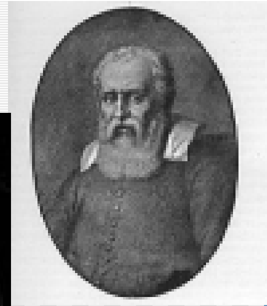
劉　浩

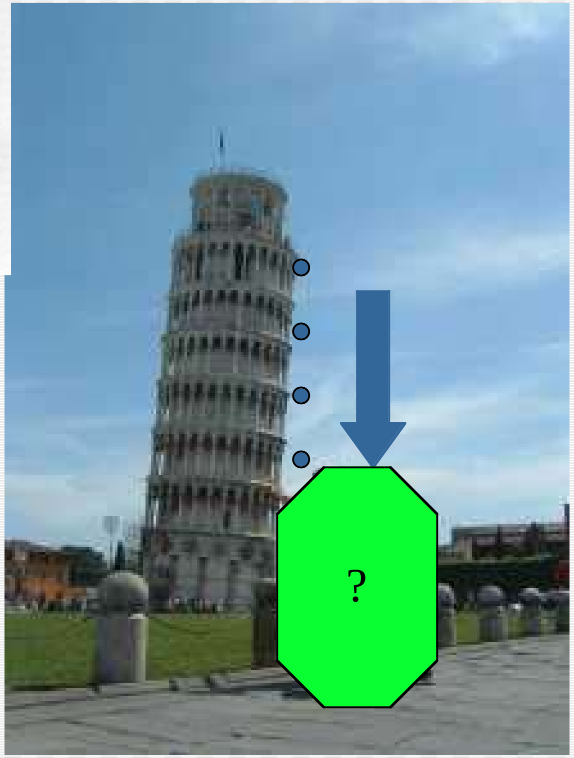


[授業計画・授業内容]

１.座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
２.物体の運動と運動の第１、第２、第３法則の関係および慣性座標系
３.運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
４.１次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
５.力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
６.抵抗を受ける物体の２次元運動
７.円運動と向心力及び遠心力
８.中間試験
９.力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10.力のポテンシャルと保存力
11.ケプラーの第１、第２、第３法則と万有引力の法則
12.惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13.太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14.角運動量、角運動量ベクトルの性質
15.期末試験

Chapter 2: 運動の法則 (Law of Motion)





運動と力：力が作用すれば運動の様子は変わる。

Chapter 2: 運動の法則
(Law of Motion)

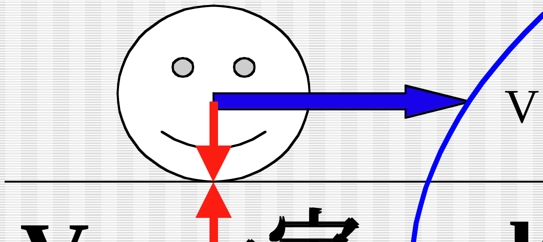
- 物理的概念：
  慣性、力、運動量、力積
  質点、重心
- ニュートン力学の運動３法則
  慣性の法則
  運動の法則
  作用反作用の法則
- 運動の数学的表現：
  $\mathbf{F}=d(m\mathbf{V})/dt=m\mathbf{a}$

Sir Isaac Newton
1643-1727

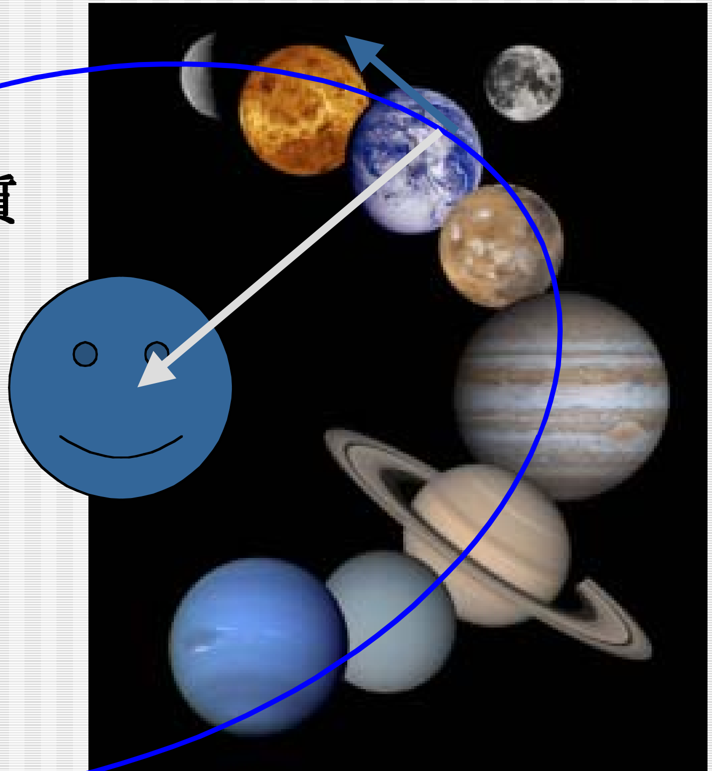
Chapter 2-1: 運動の第１法則
(The First Law of Motion)

- **慣性の概念**(inertia)：

運動状態をそのまま保持しようとする性質



V =一定,   d(mV)=0



慣性の法則は、ガリレイも気付いたが、
力の概念を明確に考え出したのは、ニュートンである。

Chapter 2-1: 運動の第１法則 (The First Law of Motion)

運動の第１法則(慣性の法則): **the first law of motion, Law of Inertia**

物体は、力の作用を受けない限り、静止の状態、あるいは一直線上の一様な運動をそのまま続ける。

V =一定, $\quad \mathbf{d(mV)=F=0}$

Chapter 2-1: 慣性の法則

- **慣性座標系：**

@点Pの位置ベクトル: **r**=(x, y, z)

(position vector)

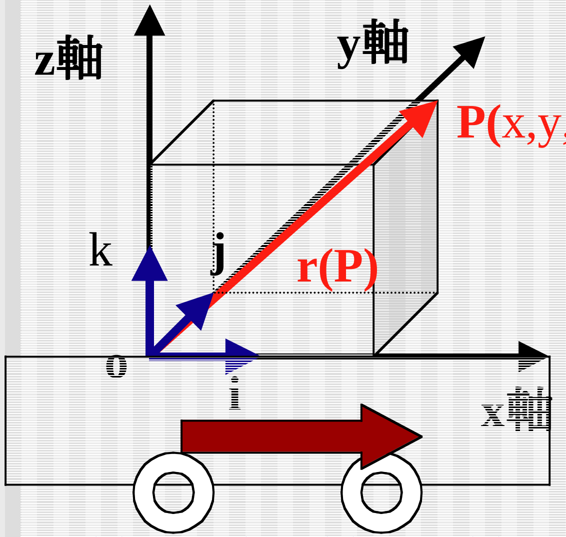
@スカラーとベクトル(scalar&vector)

|**r**|=ベクトルの長さ（絶対値）

=$(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$

r=x**i** + y**j** + z**k**

@基本（単位）ベクトル: (**i, j, k**)

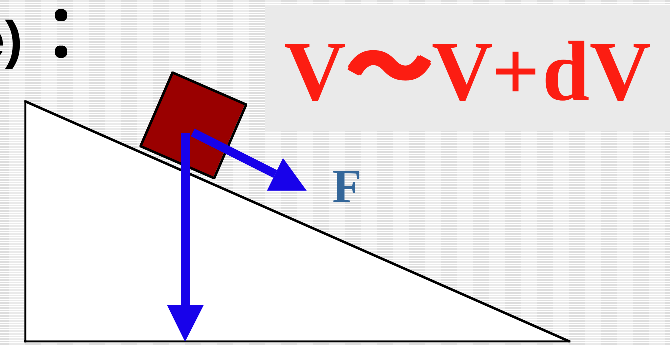


r(t) = (x(t), y(t), z(t))　**V**= d**r**/dt=(dx/dt, dy/dt, dz/dt)

V=const, F=0, r(t) = Vt + r0

Chapter 2-2:　運動の第２法則 (Second Law of Motion)

- **力の概念**(force)：



力＝作用＝運動量(momentum)の変化

- **運動の第２法則: the second law of motion**
運動量が時間によって変化する割り合い（変化速度）はその物体にはたらく力に比例し、その力の向きに生じる。

Chapter 2-2:　運動の第２法則
(Second Law of Motion)

- **重要な概念：**

@質量(mass: m)　～　慣性質量（重力質量）

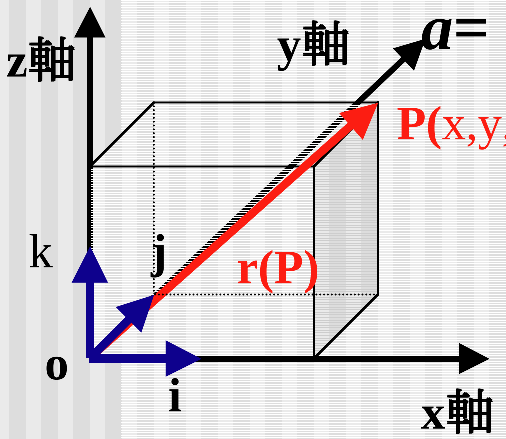
@運動量(momentum: $p=mV$): 質量と速度の積

@加速度(acceleration): 速度の時間的変化

$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

$V= d\mathbf{r}/dt=(dx/dt, dy/dt, dz/dt)$

$\mathbf{a}= d^2\mathbf{r}/dt^2=(d^2x/dt^2, d^2y/dt^2, d^2z/dt^2)=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}$



$$F= dp/dt =d(m\mathbf{V})/dt=m\mathbf{a}$$

$$=md\mathbf{V}/dt=md^2\mathbf{r}/dt^2$$

Chapter 2-2: 運動の第２法則 (Second Law of Motion)

- **重要な概念：**

@運動方程式(equation of motion):

$F(\mathbf{r},t)=m\mathbf{a}=md\mathbf{V}/dt=d^2\mathbf{r}/dt^2$

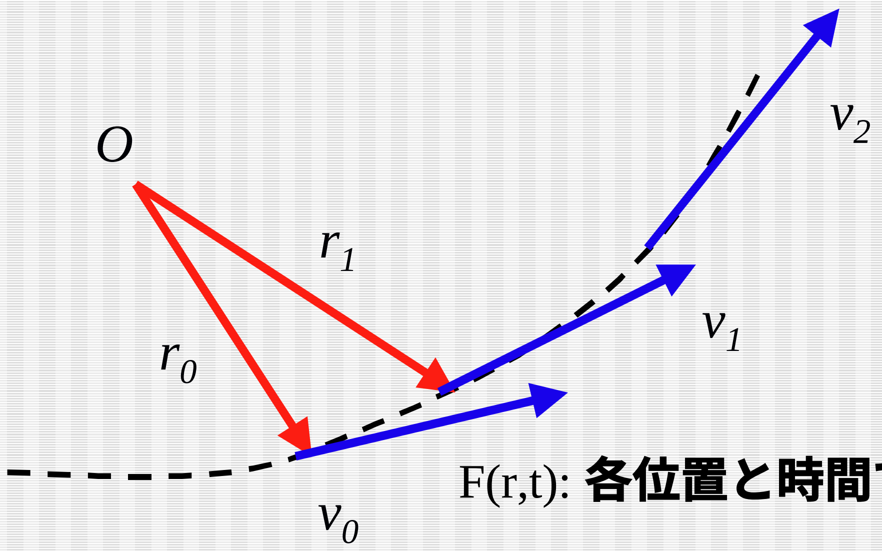
初期条件：初期位置r_0と初期速度V_0

$v_1 = v_0 + (F_0/m)dt$

$r_1 = r_0 + v_0 dt$

$v_2 = v_1 + (F_1/m)dt$

$r_2 = r_1 + v_1 dt$



F(r,t): 各位置と時間で既知

Chapter 2-2: 運動の第２法則 (Second Law of Motion)

- **重要な概念：**

@力の単位：長さ(m)、質量(kg), 時間(s)

速度(m/s)、加速度(m/s^2)、運動量(kg・m/s)

力（1kg・m/s^2=1N, 1ニュートン)

例：1kgの物体の重力の大きさ＝1kg重＝9.8N

@単位系：MKS ~ CGS

@次元解析(dimensional analysis)：物理量は長さL、質量M、時間Sを基本量とする組み合わせによって表される（誘導量)

例：加速度＝LT^{-2}

@慣性系(inertial system)：運動法則はそのまま成り立つ座標系。(加速、減速電車の中は？)

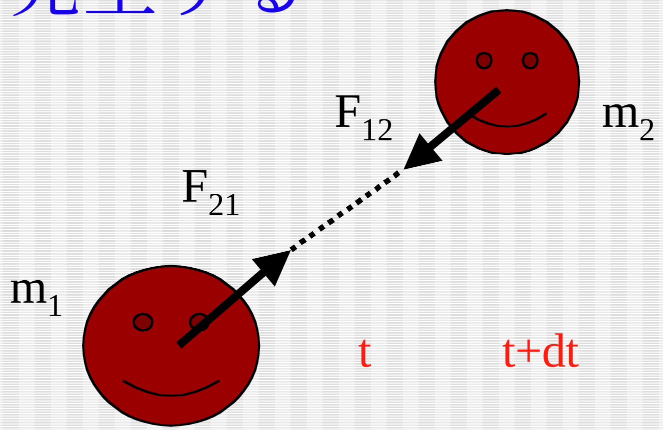
Chapter 2-3:　運動の第３法則 (Third Law of Motion)

- 作用(action)と反作用(reaction)の概念：

力は常にペアで発生する

$$F_{12} = -F_{21}$$

- $F_{12} = m_2 dv_2/dt$
- $F_{21} = m_1 dv_1/dt$

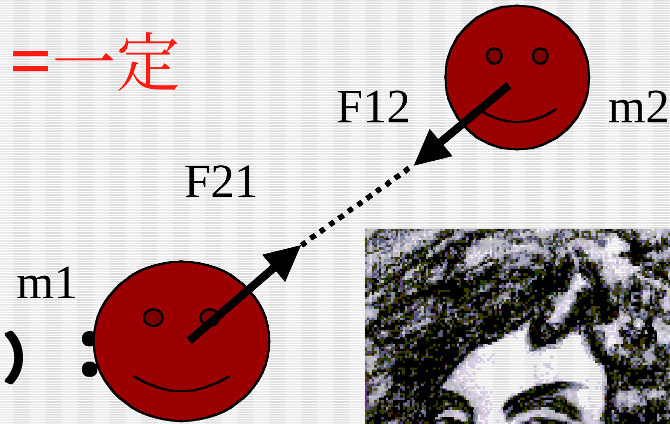


Chapter 2-3:　運動の第３法則
(Third Law of Motion)

- **運動量の保存**(Law of conservation of momentum)：
  外力が作用しない限り、運動量の和は変化しない

$$m_1\mathbf{v_1} + m_2\mathbf{v_2} = m_1\mathbf{v_1}' + m_2\mathbf{v_2}' = \text{一定}$$

$$\sim \mathbf{F_{12}} = -\mathbf{F_{21}}$$



- **質点**(material point, particle)：
- **重心（質点中心：** center of mass）：

$$r_G = (m_1 r_1 + m_2 r_2)/(m_1 + m_2)$$

- **質点系**(system of particle)：
- **内力**(internal force)**と外力**(external force)：

ホイヘンス

Chapter 2-3:　運動の第３法則 (Third Law of Motion)

- **運動の第３法則(作用・反作用の法則)**:
  the third law of motion, law of action and reaction
  物体１が物体２に力を及ぼすときは、物体２は必ず物体１に対し、大きさが同じで逆向きの力を及ぼす。

  $F_{12} = -F_{21}$

- 作用：**action**、反作用：**reaction**
- 質量の比較：

  $m_2/m_1 = a_1/a_2$

Chapter 2-3’: 運動の３大法則

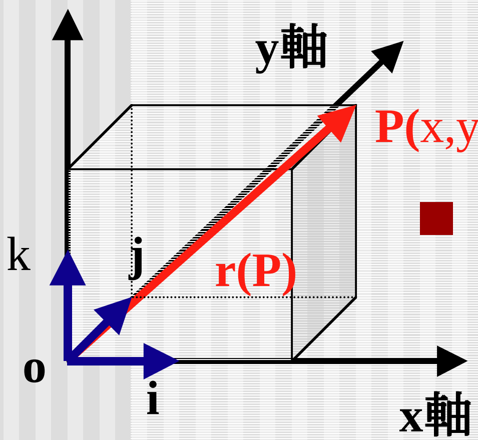
(The Three Laws of Motion)

- ニュートン力学の運動３法則

  慣性の法則: $\boldsymbol{F=0, V=\mathrm{const}}$

  運動の法則: $\boldsymbol{F=d(mV)/dt=ma}$

  作用反作用の法則: $F_{12}=F_{21}$



- 慣性座標系における運動方程式：

$$\boldsymbol{F}= dp/dt =d(m\boldsymbol{V})/dt=m\boldsymbol{a}=md\boldsymbol{V}/dt=md^2\boldsymbol{r}/dt^2$$

Chapter 2-3’’:運動法則関連の演習1
＜系の運動量保存＞

- 小球の運動量：慣性

運動量, $\boldsymbol{P_1}=m_1\boldsymbol{V_1}=m_1(V_{1x}\boldsymbol{i} + V_{1y}\boldsymbol{j} + V_{1z}\boldsymbol{k})$

運動量の変化, $d\boldsymbol{P_1}=0$

- 系の運動量（衝突前）： $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P_1}+\boldsymbol{P_2}$

$\boldsymbol{P_1}=m_1\boldsymbol{V_1}=m_1(V_{1x}\boldsymbol{i} + V_{1y}\boldsymbol{j} + V_{1z}\boldsymbol{k})$

$\boldsymbol{P_2}=m_2\boldsymbol{V_2}=m_2(V_{2x}\boldsymbol{i} + V_{2y}\boldsymbol{j} + V_{2z}\boldsymbol{k})$

- 系の運動量（衝突後）： $\boldsymbol{P'}=\boldsymbol{P'_1}+\boldsymbol{P'_2}$

$\boldsymbol{P'_1}=m_1\boldsymbol{V'_1}= m_1(V'_{1x}\boldsymbol{i} + V'_{1y}\boldsymbol{j} + V'_{1z}\boldsymbol{k})$

$\boldsymbol{P'_2}=m_2\boldsymbol{V'_2}= m_2(V'_{2x}\boldsymbol{i} + V'_{2y}\boldsymbol{j} + V'_{2z}\boldsymbol{k})$

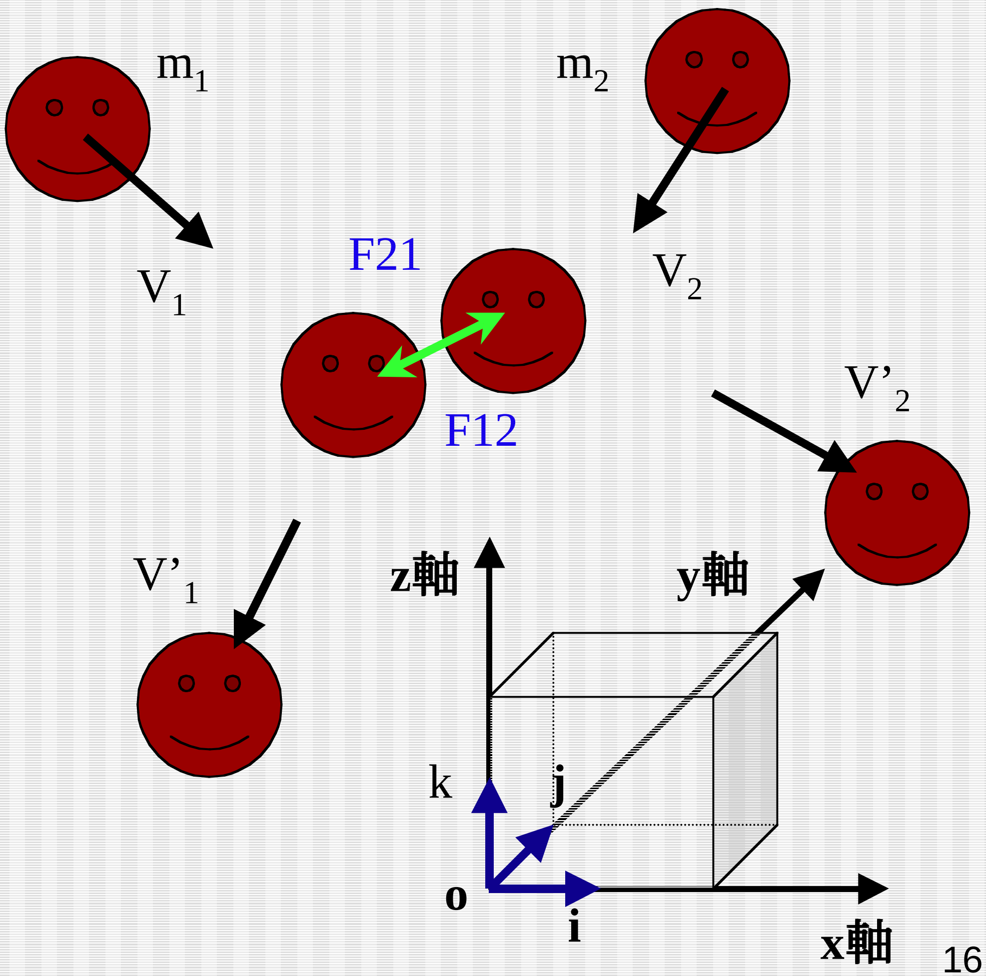
- 系の運動量保存: 力と作用・反作用

$\boldsymbol{F_{12}}=-\boldsymbol{F_{21}}$, $d(m_1\boldsymbol{V_1}+ m_2\boldsymbol{V_2}) = 0$

$m_1\boldsymbol{V_1}+ m_2\boldsymbol{V_2} =m_1\boldsymbol{V'_1}+ m_2\boldsymbol{V'_2}$

$m_1(dV_{1x}\boldsymbol{i} + dV_{1y}\boldsymbol{j} + dV_{1z}\boldsymbol{k})$

$+m_2(dV_{2x}\boldsymbol{i} + dV_{2y}\boldsymbol{j} + dV_{2z}\boldsymbol{k}) = 0$



Chapter 2-3'':運動法則関連の演習2 <系の重心と運動>

- 系の運動量保存: $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_2$

$\boldsymbol{P}_1=m_1\boldsymbol{V}_1=m_1(V_{1x}\boldsymbol{i}+V_{1y}\boldsymbol{j}+V_{1z}\boldsymbol{k})$

$\boldsymbol{P}_2=m_2\boldsymbol{V}_2=m_2(V_{2x}\boldsymbol{i}+V_{2y}\boldsymbol{j}+V_{2z}\boldsymbol{k})$

- 系の質点中心:

$m_1 d\boldsymbol{r}_1/dt + m_2 d\boldsymbol{r}_2/dt$

$= (m_1+m_2)d\boldsymbol{r}_G/dt$

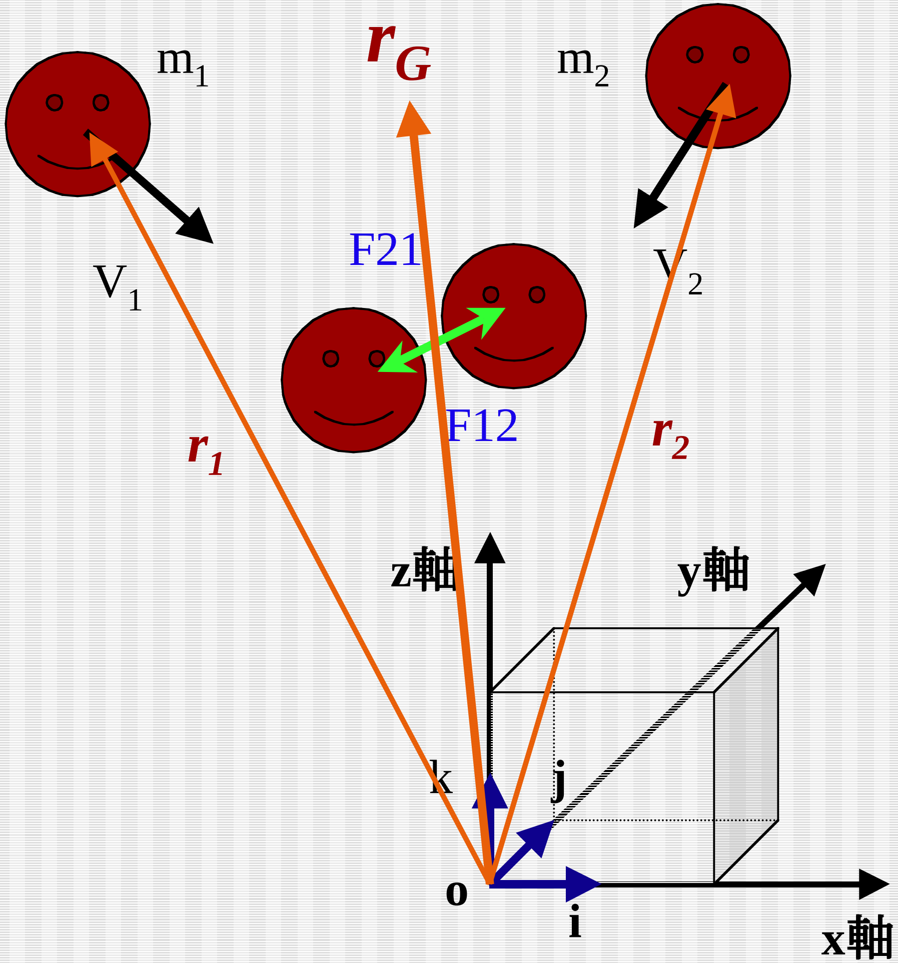
$=$一定

$$d(m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2)/dt = d((m_1+m_2)\boldsymbol{r}_G)/dt$$

$$d(m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2) = d((m_1+m_2)\boldsymbol{r}_G)$$

$$(m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2) = (m_1+m_2)\boldsymbol{r}_G$$

$$\boldsymbol{r}_G = (m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2)/(m_1+m_2)$$



Chapter 2-4: 運動量と力積
(Momentum and Impulse)

- 力積の概念： **Impulse**

  運動量の変化は力積に等しい

$$\boldsymbol{F}=d(m\boldsymbol{V})/dt$$

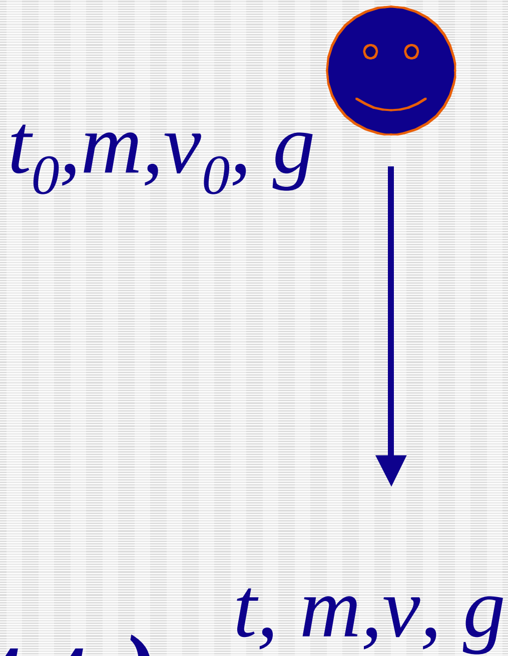
$$\Downarrow$$

$$d\boldsymbol{p} = \boldsymbol{F}dt$$

$$\boldsymbol{p}(t)-\boldsymbol{p}(t_0)=\int \boldsymbol{F}dt$$

Chapter 2-4: 運動量と力積
＜持続性の力積の場合＞

- 自由落体：



@運動：$\boldsymbol{dv/dt = g}$

$$v(t) - v(t_0) = g(t - t_0)$$

@力積：$\boldsymbol{F = mg}$

$$mv(t) - mv(t_0) = \int F\,dt = mg(t - t_0)$$

Chapter 2-4: 運動量と力積 ＜衝突の力積＞

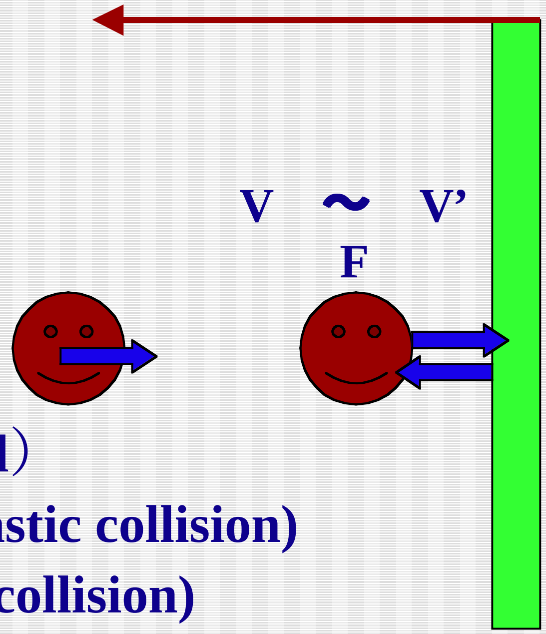
- ボールの衝突：

衝突前： $\boldsymbol{P}=-m\boldsymbol{V}=-m(V_x\boldsymbol{i}+V_y\boldsymbol{j}+V_z\boldsymbol{k})$

衝突後： $\boldsymbol{P}'=m\boldsymbol{V}'=m(V'_x\boldsymbol{i}+V'_y\boldsymbol{j}+V'_z\boldsymbol{k})$

力　積： $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{F}dt=mV'-(-mV)=m(\boldsymbol{V}+\boldsymbol{V}')$

$= m\boldsymbol{V}(1+e)$



e=|V'|/|V|　反発係数(coefficient of rebound）

0<e<1　非完全弾性衝突(unperfectly elastic collision)

e=1　完全弾性衝突(perfectly elastic collision)

e=0　完全非弾性衝突(perfectly inelastic collision)

Chapter 2-4: 運動量と力積 ＜持続性と衝突の力積＞

- 自由落体の力積：

$mdv/dt = mg$

$mv(t) - mv(t_0) = \int F dt = mg(t - t_0)$

- 衝突の力積：

$v^2(t) = 2gh$

$v' = 0$

$mv'(t+dt) - mv(t) = \int F dt$

$F = -mv(t)/dt$

- 衝突で大きな物体を動かせる