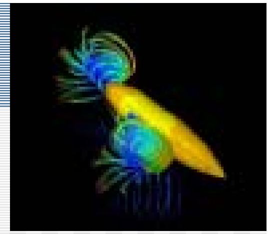
普遍教育専門基礎科目(07322103)

物理学B(特)力学入門1
Physics BI: Introduction to Mechanics 1

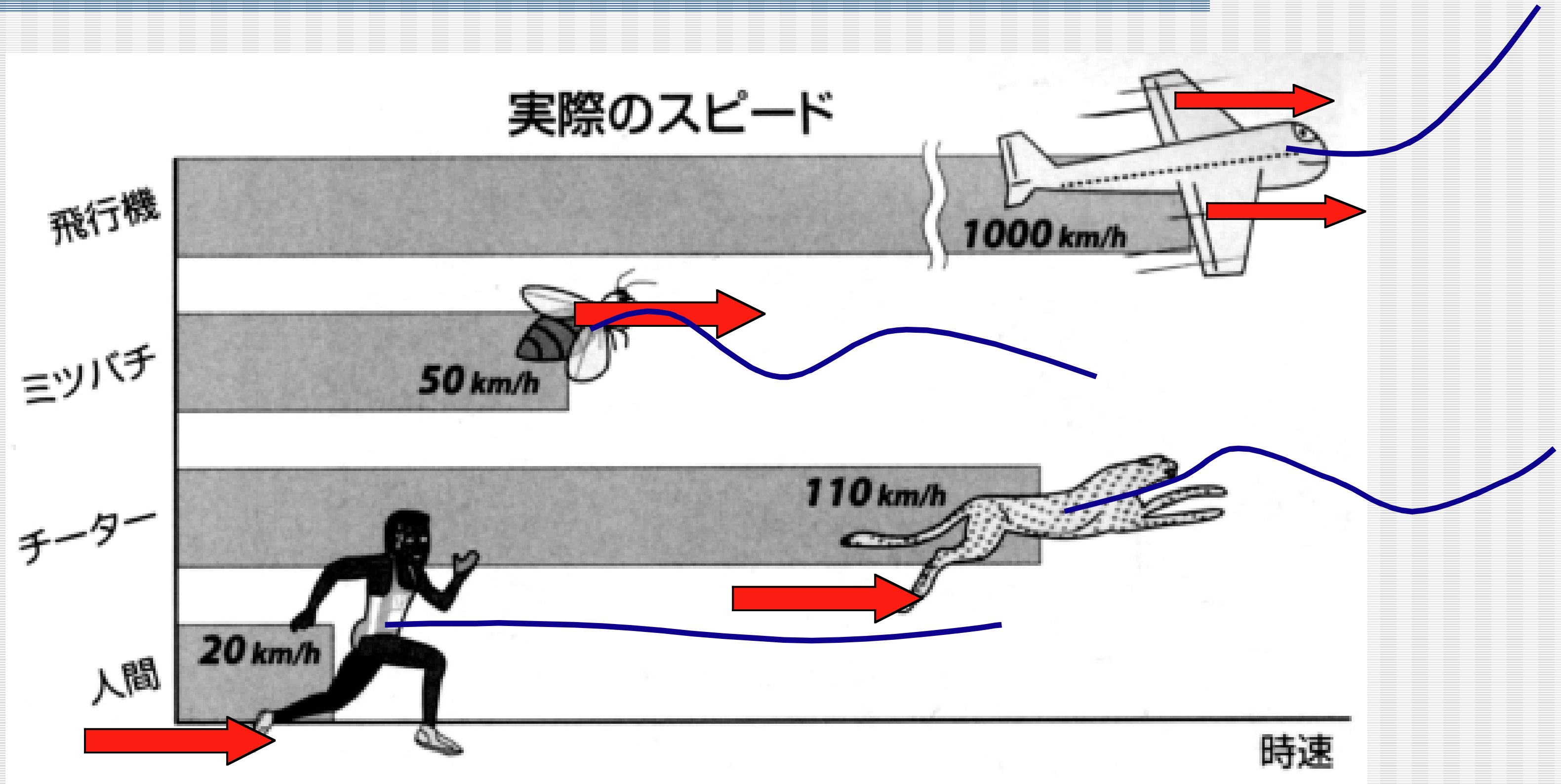
劉　浩



[授業計画・授業内容]

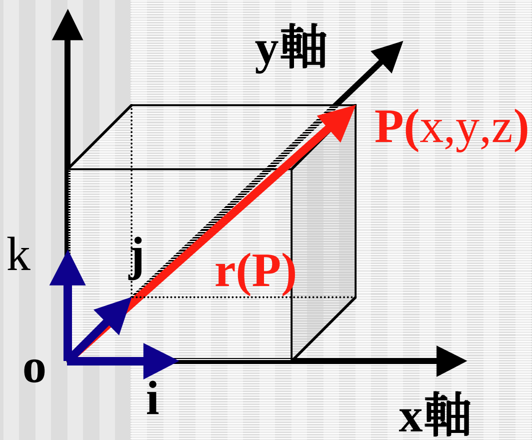
1.座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
2.物体の運動と運動の第1、第2、第3法則の関係および慣性座標系
3.運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
4.1次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
5.力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
6.抵抗を受ける物体の2次元運動
7.円運動と向心力及び遠心力
8.中間試験
9.力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10.力のポテンシャルと保存力
11.ケプラーの第1、第2、第3法則と万有引力の法則
12.惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13.太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14.角運動量、角運動量ベクトルの性質
15.期末試験

Chapter 3: 運動とエネルギー (Motion and Energy)



$F=ma=d^2r/dt^2$：力と運動に具体的な形を与える。

運動方程式（微分方程式）を積分



- ニュートン力学の運動３法則
- 慣性座標系における運動方程式：

$\boldsymbol{F}= dp/dt =d(m\mathbf{V})/dt$

$=m\boldsymbol{a}=md\mathbf{V}/dt=md^2\mathbf{r}/dt^2$

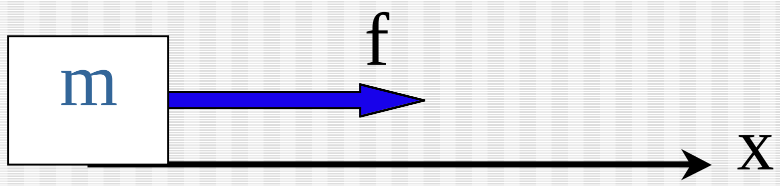
- 運動方程式の建て方と解け方
  - ・力の釣り合い（方程式建て）
  - ・積分（解を求める）
  - ・初期条件（解を定める）

Chapter 2: 運動とエネルギー (Motion and Energy)

- １次元の運動とエネルギー
  - @直線上の運動
  - @斜面に沿う運動
  - @単振動
  - @エネルギー保存
- ２次元の運動とエネルギー
  - @放物体の運動
  - @円運動（円錐振り子）
  - @２つの単振動の組み合わせ
  - @仕事とエネルギー
  - @力のポテンシャルとエネルギーの保存

Chapter 3-1: 直線上の運動 (Motion along a straight line)

- １方向の運動：



- 運動方程式： $m d^2\mathbf{r}/dt^2=\mathbf{f}(\mathbf{r},v,t)$

$$m d^2x/dt^2=f(x,v,t)$$

Chapter 3-1: 直線上の運動 (Motion along a straight line)

- 力が働かない場合：$f=0$

  $v=v_0$,等速運動
- 力が一定の場合： $f=f_0$

  $a=a_0$,等加速度運動

  @自由落下： $f=mg$
- 力が速度に比例する場合：$f=-mg-bv$

  $mdv/dt=-mg-bv$ $(b>0)$

  最終速度は？

Chapter 3-1＊：直線上の運動

(力が速度に比例する場合)

速度v に比例する抵抗cmv ($c > 0$)を受けながら落下する質量mの物体の運動を考える．以下の問に答えなさい． （鉛直上方を正の方向とせよ）

（1）運動方程式を導きなさい．

（2）$t=0$で$v=v_0$のとき，運動方程式の解を求めなさい．

（3）時間が十分に経過したときの速度（終端速度）v_∞を求めなさい．

解答：

（1）落下速度と抵抗の方向は正反対，物体に働く力は重力と抵抗力の合計で，

$-mg-cmv$となる．

（2）（1）の運動方程式について時間tに対して積分する．

初期条件，$t=0$における$v=v_0$により，

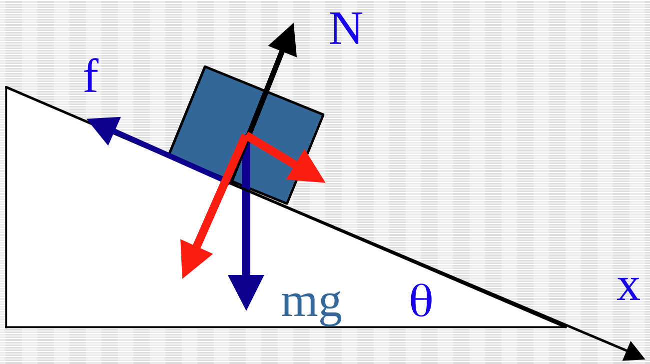
（3）終端速度条件：時間が十分に経過したとき，つまり，重力と抵抗力が釣り合っている．

Chapter 3-2: 斜面に沿う運動 (Motion along a slope)

- 力の釣り合い：

  $F_N = N - mg\cos\theta$

  $F_x = mg\sin\theta - f = m\,dv/dt$



- 発展問題：摩擦力**(friction)**

  @静止摩擦力：$\mathbf{f_0} = \mu N = \mu mg\cos\theta$**,** $\mu = \tan\theta_m$

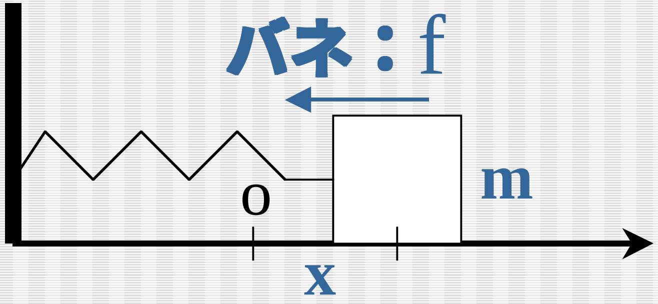
  @すべり摩擦力： $\mathbf{fs < f^{max}_0 = \mu_{max} N}$

Chapter 3-3:：単振動
(Simple oscillation)

- フックの法則(バネ):

（仮定：微小変位）

$f = -kx$



- 運動方程式：

$md^2x/dt^2 = -kx \qquad d^2x/dt^2 + (k/m)x = 0$

@常微分方程式の一般解：

$x = a\sin(\omega t+\delta)$, $\omega=\sqrt{(k/m)}$, δ =位相

Chapter 3-3:：単振動
(Simple oscillation)

- 単振動は周期的運動(periodic motion)

  振幅, a

  位相（初期位相）, δ

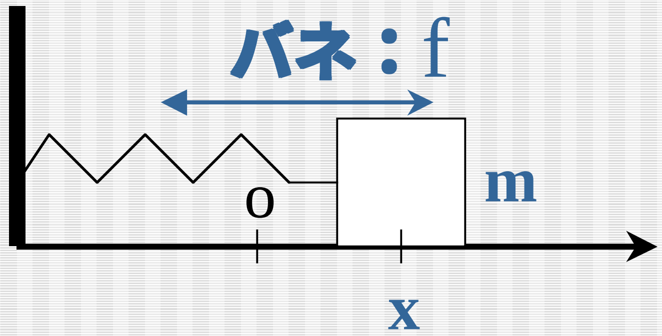
  周期, T=2π√(k/m) 、振動数1/T、角振動数ω

- 単振動の変位と速度を求め

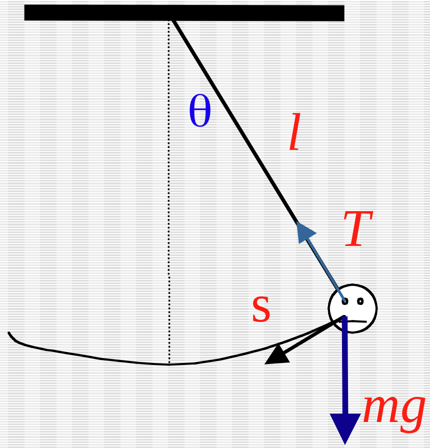
  $x = a\sin(\omega t+\delta)$

  $v = ?$

  初期条件: x_0, v_0



Chapter 3-3: 振り子
(Simple pendulum)



- 本質は１次元運動:

（仮定：微小変位）

$\sin\theta = \theta,\ s=\theta l$

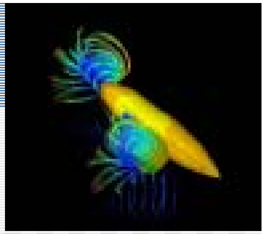
- 運動方程式：

$m d^2s/dt^2 = -mg\sin\theta$

$d^2\theta/dt^2 + (g/l)\,\theta = 0$

@常微分方程式の一般解：

$\theta = \theta_0 \sin(\omega t+\delta),\ \omega=\sqrt{(g/l)},\ \delta =$位相



[授業計画・授業内容]

１.座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
２.物体の運動と運動の第１、第２、第３法則の関係および慣性座標系
３.運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
４.１次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
５.力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
６.抵抗を受ける物体の２次元運動
７.円運動と向心力及び遠心力
８.中間試験(６月８日)
９.力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10.力のポテンシャルと保存力
11.ケプラーの第１、第２、第３法則と万有引力の法則
12.惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13.太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14.角運動量、角運動量ベクトルの性質
15.期末試験

Chapter 3-4: １次元の運動とエネルギー (1D motion and energy)

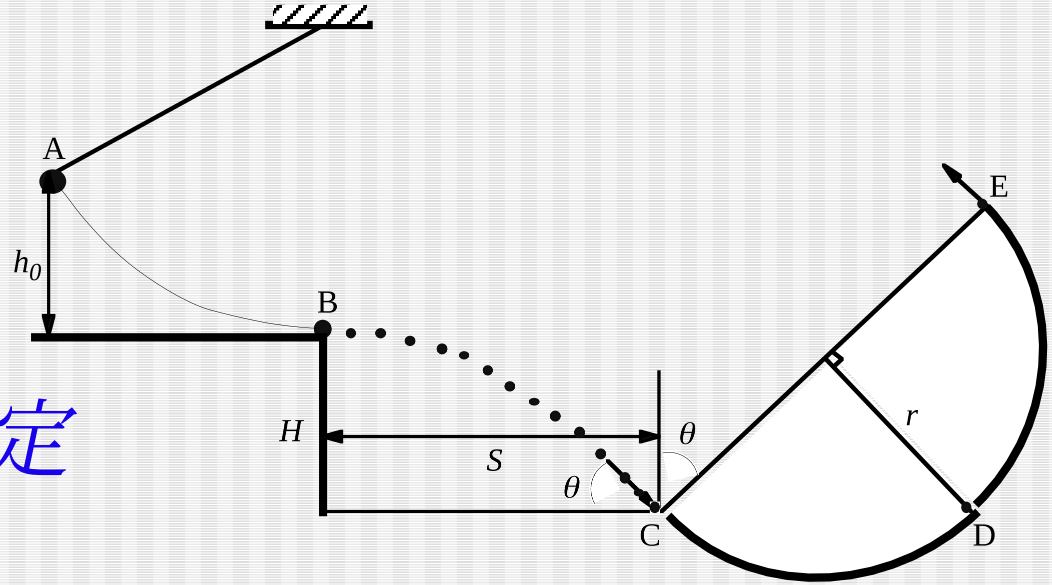
- **概念：エネルギーとは、**

運動エネルギー：$1/2mV^2$

位置エネルギー（ポテンシャル）：mgh

エネルギー保存:

$1/2mV^2 + mgh =$ 一定



Chapter 3-4: １次元の運動とエネルギー (1D motion and energy)

- 数学的表現：
  運動方程式より導出、
  $md^2x/dt^2=f(x)$, $f(x)$: 位置**x**だけの関数

$$m(dx/dt)d^2x/dt^2dt = f(x)dx \qquad (1)$$

$$mv\,dv/dt\,dt = f(x)dx \qquad (2)$$

$$1/2\,mdv^2 = f(x)dx \qquad (3)$$

$$1/2\,mv^2 = \int f(x)dx + 1/2\,mv_0^2 \qquad (4)$$

運動エネルギーの変化＝力の仕事

Chapter 3-4: １次元の運動とエネルギー (1D motion and energy)

運動エネルギーと位置エネルギー：

運動エネルギー**(Kinetic energy)**：$K=1/2mv^2$

位置エネルギー**(Potential energy)**：$U(x)=-\int^{x} f(x)dx$

$$f(x)=-dU/dx$$

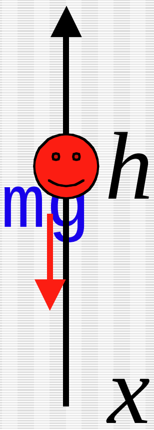
全エネルギー(力学エネルギー：Mechanical energy)：

$$E = K+U = 1/2mv^2+U$$

全エネルギー保存の法則(Law of conservation of energy)：

力のなす仕事、つまり、位置エネルギーの変化は、運動エネルギーの変化に等しい。

Chapter 3-4: １次元運動エネルギーの例



- 重力の位置エネルギー(１次直線図示)：f = -mg

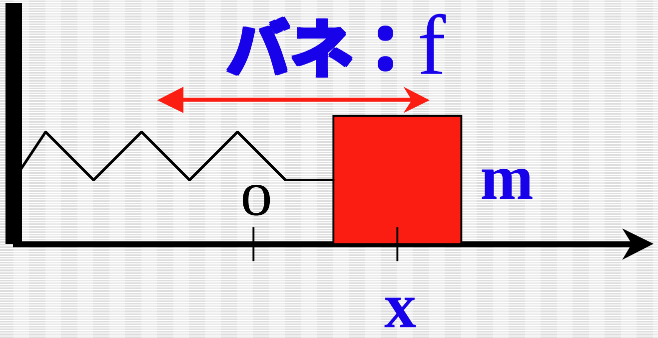
  $1/2mv^2$ E = mgx = mgh

  v=?

- バネの位置エネルギー（２次曲線図示）：f =kx

  $1/2mv^2$ E = 1/2kx^2 = 1/2ka^2

  v=?



- 演習問題：例題１

  エネルギー積分と運動の関係

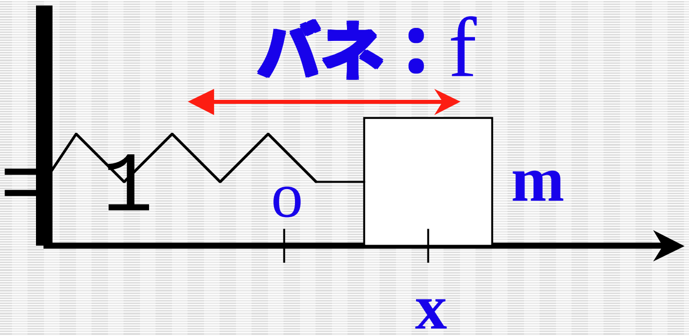
  E = $1/2mv^2$ + 1/2mx^2

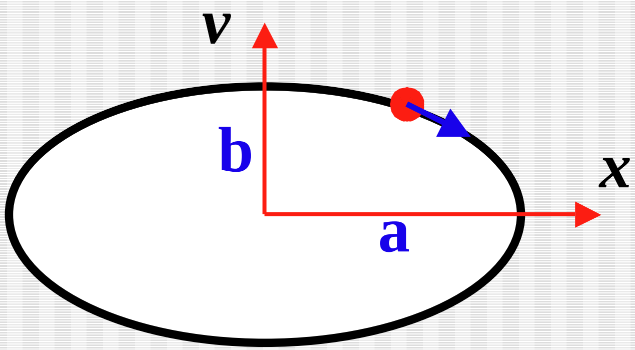
Chapter 3-4: １次元運動エネルギーの例

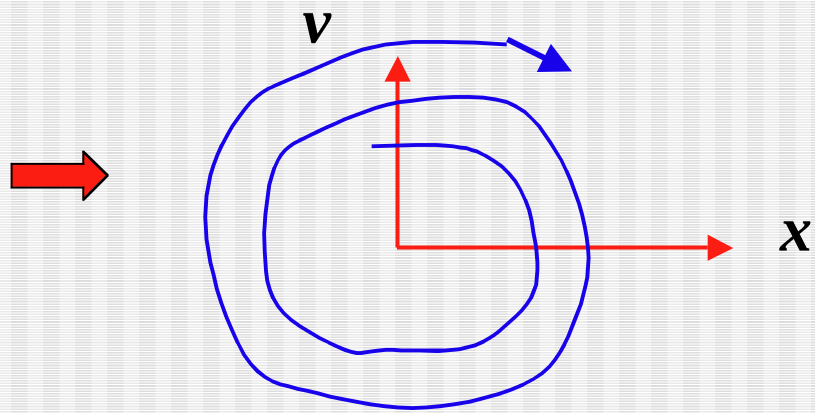
- 単振動の相平面(**Phase plane**)： f =kx

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$x^2/(2E/k) + v^2/(2E/m) = 1$$







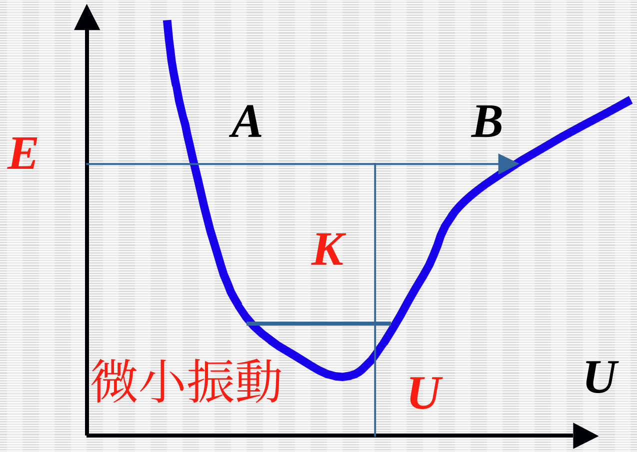
変位と速度の関係

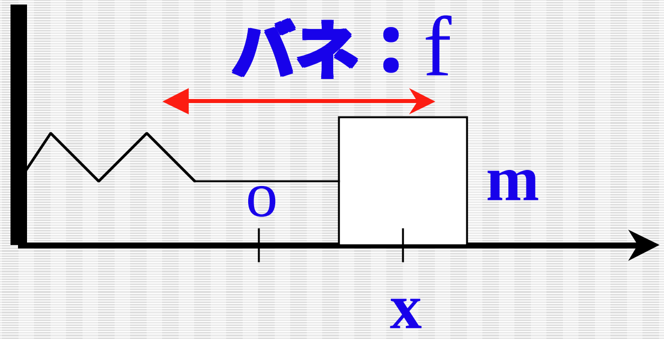
Chapter 3-4: １次元の一般の運動

- 一般の力： $f = f(x)$

  フックの法則を満たさない振動

- **エネルギー保存：** $E = \mathit{1/2mv^2} + U(x)$





フックの法則は破綻？