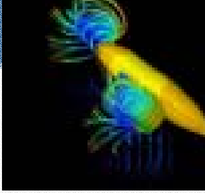
普遍教育専門基礎科目(07322103)

物理学B(特)力学入門1
Physics BI: Introduction to Mechanics 1

劉　浩



［授業計画・授業内容］

１.座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
２.物体の運動と運動の第１、第２、第３法則の関係および慣性座標系
３.運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
４.１次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
５.力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
６.抵抗を受ける物体の２次元運動
７.円運動と向心力及び遠心力
８.中間試験
９.力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10.力のポテンシャルと保存力
11.ケプラーの第１、第２、第３法則と万有引力の法則
12.惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13.太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14.角運動量、角運動量ベクトルの性質
15.期末試験

Chapter 4-4: ケプラーの法則から太陽の引力を導く

第１法則：

惑星は太陽を焦点の１つとする楕円軌道を描く

$$\frac{l}{r} = 1 + \varepsilon \cos\varphi$$

第２法則：

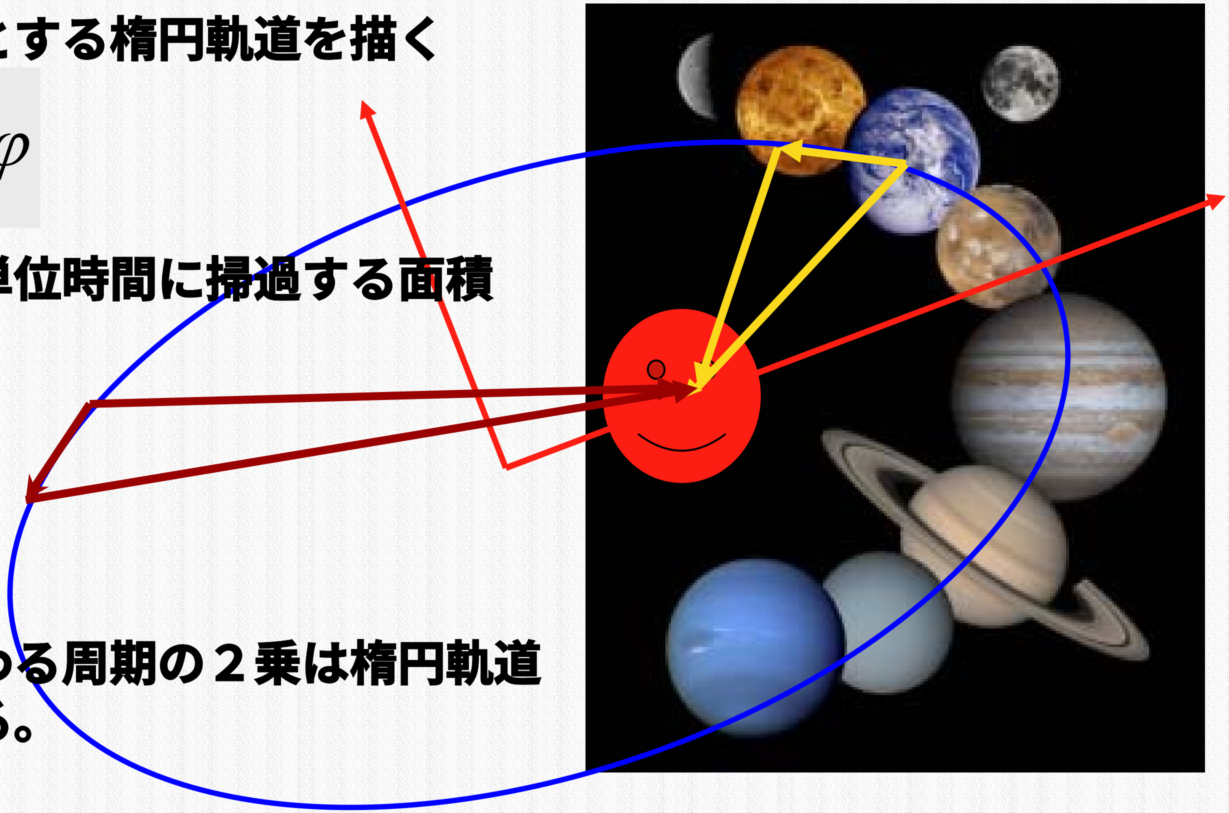
太陽と惑星を結ぶ直線が単位時間に掃過する面積（面積速度）は一定である。

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} h$$

第３法則：

惑星が太陽のまわりをまわる周期の２乗は楕円軌道の長半径の３乗に比例する。

$$T^2 \propto a^3$$



Chapter 4-3*: 中心力と平面極座標

平面極座標系における運動方程式2:

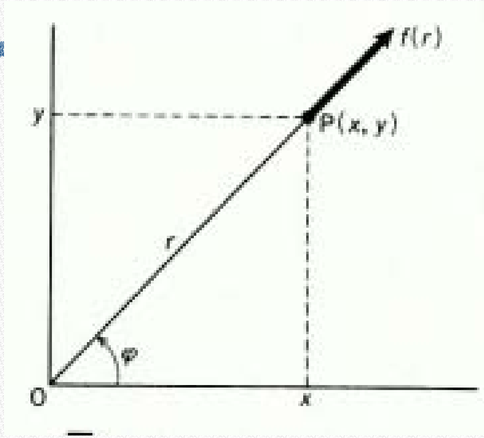
中心力及び方程式、そして面積速度（一定）

$$m\frac{dv_x}{dt} = f_x = f(r)\cos\varphi$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = f_y = f(r)\sin\varphi$$

$$m\left(\frac{dv_x}{dt}\cos\varphi + \frac{dv_y}{dt}\sin\varphi\right) = f(r)$$

$$m\left(\frac{dv_x}{dt}\sin\varphi - \frac{dv_y}{dt}\cos\varphi\right) = 0$$



$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}) = f(r)$$

$$m(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = 0$$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\dot{\varphi}\right) = 0$$

$$r^2\dot{\varphi} = h = const$$

Chapter 4-4: ケプラーの法則から太陽の引力を導く

第１法則により

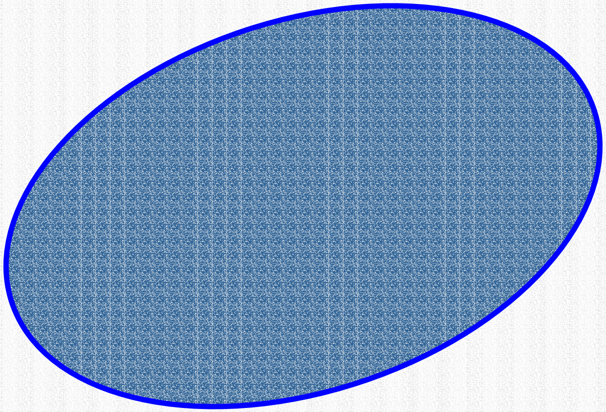
$$-\frac{l\dot{r}}{r^2} = -\varepsilon\dot{\varphi}\sin\varphi$$

第２法則により

$$r^2\dot{\varphi} = h \Rightarrow \dot{r} = \frac{h}{l}\varepsilon\sin\varphi$$

$$\ddot{r} = \frac{h^2}{r^3} - \frac{h^2}{lr^2} + m\ddot{r} = f(r) + \frac{mh^2}{r^3}$$

$$\Rightarrow f(r) = -\frac{mh^2}{lr^2}$$

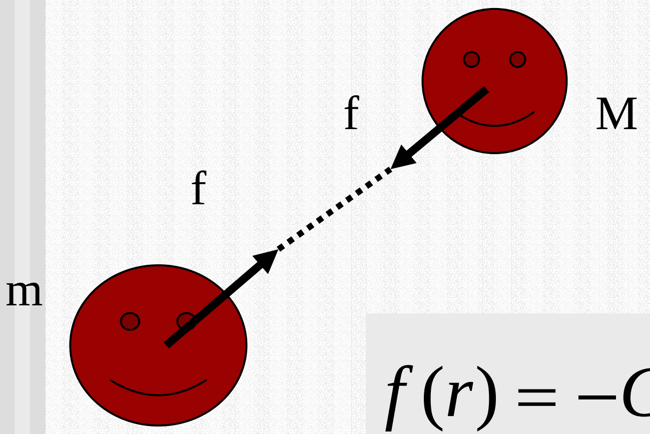


太陽からの距離の２乗に反比例する引力を受ける
ただし、普遍的ではない？

Chapter 4-4: ケプラーの法則から太陽の引力を導く

第３法則により

$$T^2/a^3 = c(const)$$



$$T = \frac{A}{h/2} = \frac{2\pi ab}{h}$$

$$T = \frac{2\pi l^2}{(1-\varepsilon^2)^{3/2} h}, \quad 4\pi^2 \frac{l}{h^2} = c$$

$$\Rightarrow f(r) = -\frac{4\pi^2 m}{c r^2}$$

$$f(r) = -G\frac{mM}{r^2} \Rightarrow U(r) = -G\frac{mM}{r}$$

$$G = 6.672 \times 10^{-11} N \bullet m^2/kg^2$$

万有引力の法則：２個の質点の引力の大きさはそれらの質量の積に比例し、距離の２乗に反比例し、これらの質点を結ぶ方向にはたらく。

Chapter 4-5: 太陽の引力から惑星の運動を導くこと

太陽をまわる惑星の<u>軌道r=r(φ)</u>とその周期を計算しケプラーの法則を証明しよう。

$$m(\ddot{r}-r\dot{\varphi})=f(r)$$

$$m(2\dot{r}\dot{\varphi}+r\ddot{\varphi})=0$$

$$\ddot{r}-r\dot{\varphi}=-G\frac{M}{r^2}$$

$$f(r)=-G\frac{mM}{r^2}$$

$$u=A\cos(\varphi-\varphi_0)+\frac{GM}{h^2}\Leftarrow\frac{d^2u}{dt^2}+u=\frac{GM}{h^2}\Leftarrow u=\frac{1}{r}$$

$$l=\frac{h^2}{GM},\varepsilon=\frac{h^2A}{GM}\Rightarrow r=\frac{l}{1+\varepsilon\cos(\varphi-\varphi_0)}$$

非斉次線形微分方程式の一般解と特解、、、平面楕円軌道！

Chapter 4-5:太陽の引力から惑星の運動を導くこと

太陽をまわる惑星の軌道r=r(φ)とその周期を計算しケプラーの法則を証明しよう。

$$h=\sqrt{GMl}\Rightarrow T=\frac{A}{h/2}=\frac{2\pi ab}{h}=2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}\Rightarrow T^2\propto a^3$$

エネルギー積分：

$$m(\ddot{r}-\frac{h^2}{r^3})=f(r)\Rightarrow m\ddot{r}=-G\frac{mM}{r^2}+\frac{mh^2}{r^3}$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2\right),U=-G\frac{mM}{r}\Rightarrow K+U=E$$

円軌道：

$$\ddot{r}=0\Rightarrow K=\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}G\frac{mM}{r_0},U=-G\frac{mM}{r_0}$$

$$\Rightarrow K+U=-\frac{1}{2}G\frac{mM}{r_0}$$